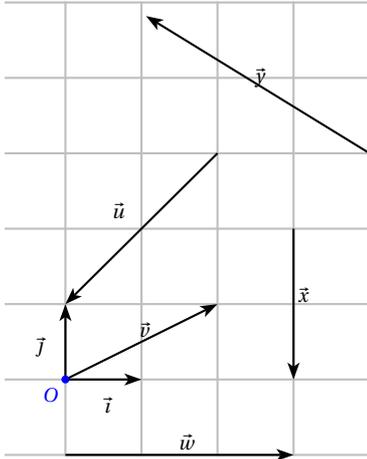


Correction du Devoir surveillé 4

EXERCICE 1

3 points

D'après le graphique suivant, donner les coordonnées des vecteurs tracer, dans un repère que l'on précisera :



Dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , on détermine les coordonnées des vecteurs :

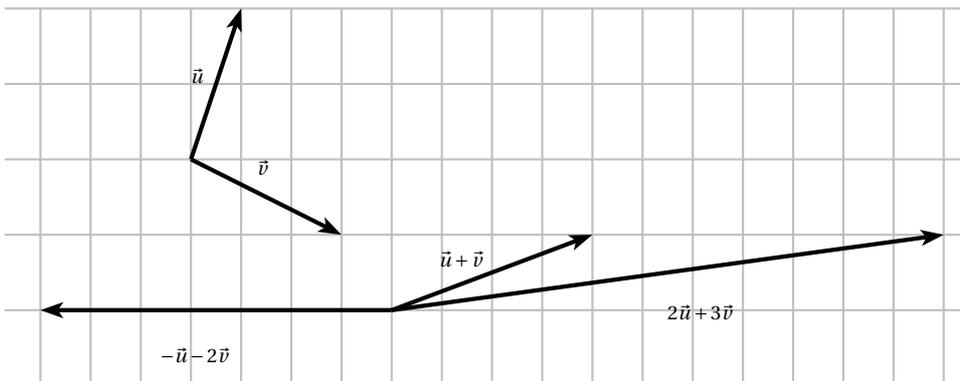
$$\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}, \vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{w} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{x} \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{y} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

EXERCICE 2

3 points

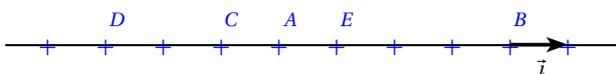
Soient \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs représentés ci-dessous.
Reproduire la figure et tracer les vecteurs suivants :

1. $\vec{u} + \vec{v}$.
2. $2\vec{u} + 3\vec{v}$.
3. $-\vec{u} - 2\vec{v}$.



EXERCICE 3

4 points



Dans chaque cas déterminer le réel k tel que $\vec{u} = k \times \vec{v}$.

Pour répondre à la question posons un vecteurs de référence \vec{i} comme dessiné ci-dessus.

1. $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$; $\vec{u} = \overrightarrow{DC}$
 $\overrightarrow{AB} = 4\vec{i}$ et $\overrightarrow{DC} = 2\vec{i}$, donc $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{DC}$, c'est-à-dire $\overrightarrow{DC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$,
donc c'est-à-dire $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{v}$
2. $\vec{v} = \overrightarrow{AE}$; $\vec{u} = \overrightarrow{ED}$
 $\overrightarrow{AE} = \vec{i}$ et $\overrightarrow{ED} = 4\vec{i}$, donc $\overrightarrow{ED} = -4\overrightarrow{AE}$,
c'est-à-dire $\vec{u} = -4\vec{v}$
3. $\vec{v} = \overrightarrow{CD}$; $\vec{u} = \overrightarrow{CB}$
 $\overrightarrow{CD} = -2\vec{i}$ et $\overrightarrow{CB} = 5\vec{i}$, donc $\overrightarrow{CB} = -2,5\overrightarrow{CD}$,
c'est-à-dire $\vec{u} = -2,5\vec{v}$
4. $\vec{v} = \overrightarrow{EB}$; $\vec{u} = \overrightarrow{BC}$
 $\overrightarrow{EB} = 3\vec{i}$ et $\overrightarrow{BC} = -5\vec{i}$, donc $3\overrightarrow{BC} = -5\overrightarrow{EB}$, c'est-à-dire $\overrightarrow{BC} = -\frac{5}{3}\overrightarrow{EB}$
donc $\vec{u} = -\frac{5}{3}\vec{v}$.

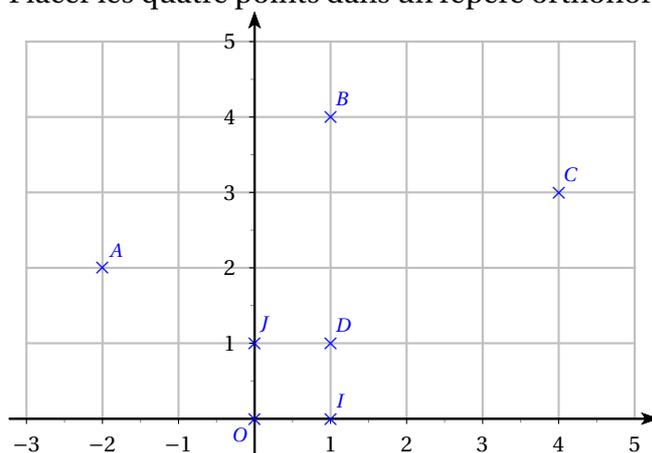
1.

EXERCICE 4

5 points

Soient quatre points A, B, C et D de coordonnées $A(-2 ; 2), B(1 ; 4), C(4 ; 3)$ et $D(1 ; 1)$.

1. Placer les quatre points dans un repère orthonormé (O, I, J) .



2. a. Déterminer les coordonnées du point M milieu de $[BD]$.

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_B + x_D}{2} = \frac{1 + 1}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ y_M = \frac{y_B + y_D}{2} = \frac{4 + 1}{2} = \frac{5}{2} = 2,5 \end{cases}$$

Les coordonnées du points $M(1 ; 2,5)$

- b. Déterminer les coordonnées du point N milieu de $[AC]$.

$$\begin{cases} x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-2 + 4}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ y_N = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{2 + 3}{2} = \frac{5}{2} = 2,5 \end{cases}$$

Les coordonnées du points $N(1 ; 2,5)$

- c. Que peut-on dire des points M et N .

Les coordonnées des points M et N sont identiques, donc les points sont confondus.

3. a. Calculer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} .

$$\begin{cases} x_{\overrightarrow{AB}} = x_B - x_A = 1 - (-2) = 3 \\ y_{\overrightarrow{AB}} = y_B - y_A = 4 - 2 = 2 \end{cases}$$

Donc les coordonnées de $\overrightarrow{AB} \left(\begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix} \right)$.

- b. Calculer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{DC} .

$$\begin{cases} x_{\overrightarrow{DC}} = x_C - x_D = 4 - 1 = 3 \\ y_{\overrightarrow{DC}} = y_C - y_D = 3 - 1 = 2 \end{cases}$$

Donc les coordonnées de $\overrightarrow{DC} \left(\begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix} \right)$.

4. Démontrer que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

Au vue des réponses aux questions 2. et 3., deux explications sont possibles :

- a. D'après les résultats de la question 2., les segments $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu. Donc le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.
- b. D'après les résultats de la question 3., les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{DC} sont égaux ($\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$).
Donc le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

EXERCICE 5

3 points

On donne les points $A(-5 ; 2)$, $B(3 ; 0)$ et $C(-1 ; 4)$.

1. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$.
Calculons les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} .

$$\begin{cases} x_{\overrightarrow{AB}} = x_B - x_A = 3 - (-5) = 8 \\ y_{\overrightarrow{AB}} = y_B - y_A = 0 - 2 = -2 \end{cases}$$

Donc les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} sont $\left(\begin{matrix} 8 \\ -2 \end{matrix} \right)$.

Calculons les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AC} .

$$\begin{cases} x_{\overrightarrow{AC}} = x_C - x_A = -1 - (-5) = 4 \\ y_{\overrightarrow{AC}} = y_C - y_A = 4 - 2 = 2 \end{cases}$$

Donc les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AC} sont $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$.

$$\begin{cases} x_{\overrightarrow{AM}} = x_{\overrightarrow{AB}} - 3x_{\overrightarrow{AC}} = 8 - 3 \times 4 = -4 \\ y_{\overrightarrow{AM}} = y_{\overrightarrow{AB}} - 3y_{\overrightarrow{AC}} = -2 - 3 \times 2 = -8 \end{cases}$$

Donc les coordonnées de \overrightarrow{AM} $\begin{pmatrix} -4 \\ -8 \end{pmatrix}$.

2. Déduisez-en les coordonnées du points M .

Calculons les coordonnées du vecteur M .

$$\begin{cases} x_M = x_A + x_{\overrightarrow{AM}} = -5 + (-4) = -9 \\ y_M = y_A + y_{\overrightarrow{AM}} = 2 + (-8) = -6 \end{cases}$$

Donc les coordonnées du point $M(-9 ; -6)$.

EXERCICE 6

2 points

On donne les points $A(4 ; -1)$, $B(7 ; -3)$ et $C(-5 ; 5)$. Les points A, B, C sont-ils alignés ?

D'après la propriété du cours, les points A, B, C sont-ils alignés si et seulement si les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont colinéaires.

Calculons les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} .

$$\begin{cases} x_{\overrightarrow{AB}} = x_B - x_A = 7 - 4 = 3 \\ y_{\overrightarrow{AB}} = y_B - y_A = -3 - (-1) = -2 \end{cases}$$

Donc les coordonnées de \overrightarrow{AB} $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Calculons les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AC} .

$$\begin{cases} x_{\overrightarrow{AC}} = x_C - x_A = -5 - 4 = -9 \\ y_{\overrightarrow{AC}} = y_C - y_A = 5 - (-1) = 6 \end{cases}$$

Donc les coordonnées de \overrightarrow{AC} $\begin{pmatrix} -9 \\ 6 \end{pmatrix}$.

D'après la propriété du cours, les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont colinéaires si et seulement si

$$\begin{aligned} x_{\overrightarrow{AB}} y_{\overrightarrow{AC}} &= y_{\overrightarrow{AB}} x_{\overrightarrow{AC}} \\ \Leftrightarrow 3 \times 6 &= -2 \times (-9) \\ \Leftrightarrow 18 &= 18 \end{aligned}$$

TOUJOURS VRAI

Donc les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont colinéaires et on déduit que les points A, B et C sont alignés.