I. Enroulement de la droite réelle sur le cercle trigonométrique.

a. Cercle trigonométrique

Définition : Cercle trigonométrique

On appelle cercle trigonométrique un cercle de rayon 1.

Quel est le périmètre du cercle trigonométrique ?
Quel est son demi-périmètre ? son quart de périmètre ?

Afin d'obtenir un nouvelle mesure d'angles, on enroule la droite des réelles autours du cercle trigonométrique (voir animation ou fichier géogébra).

b. Une nouvelle mesure d'angle : le radian

De cet enroulement, on définit une nouvelle mesure d'angle **le radian** correspondant à la longueur de l'arc sur le cercle trigonométrique intercepté par l'angle centré en O.

Cette mesure est proportionnelle avec la mesure habituelle les degrés (en effet lorsqu'un angle vaut 0° il vaut également 0 rad) :

degrés	$180°$	x
radians	π	α

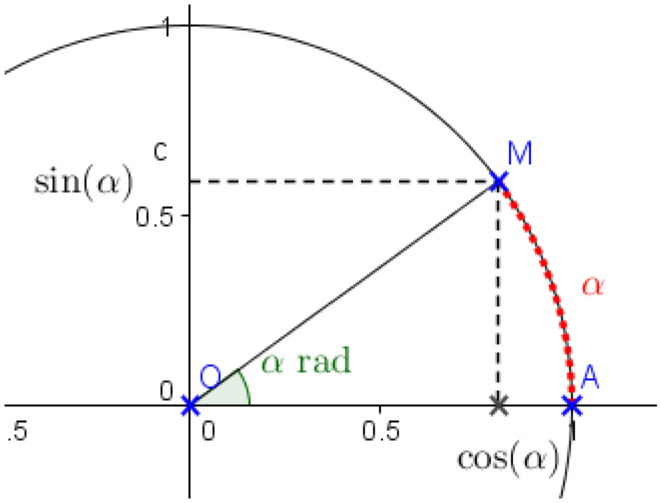
Activité : reproduire et compléter le tableau suivant en utilisant la relation de proportionnalité précédente.

Degrés	**30**	**45**		**90**			**240**	**270**	
Radians			$\frac{\pi}{3}$		$\frac{2\pi}{3}$	π			2π

On définit également une orientation pour les angles (de sens positif dans le sens contraire des aiguilles d'une montre) et des angles de mesure négative (s'ils se trouvent dans le sens des aiguilles d'une montre) .

Pour Vendredi 24/05/2013 Exercice 1 – 2 - 3 p 252.

II. Fonction trigonométriques.



Soit M un point du cercle trigonométrique.

Notation : L'angle $\widehat{AOM}$ sera désormais noté comme ***angle de vecteurs*** $(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OM})$

Soir α un nombre réel tel que $\alpha = (\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OM})$

Au regard du TP (correction) en mesurant un angle dans le cercle trigonométrique : on définit les fonctions sinus et cosinus d'un nombre réel comme suit :

a. Sinus

Définition : La fonction sinus est définie pour tout nombre α réel $(\mathbb{R})$ comme l'ordonnée du point M.

Remarque : on parlera parfois de la projection du point M sur l'axe des ordonnées.

b. Cosinus

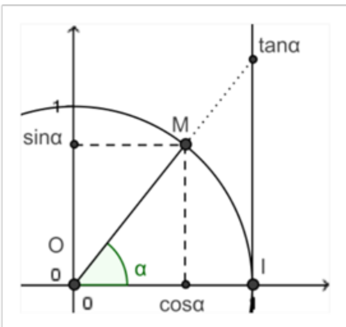
Définition : La fonction cosinus est définie pour tout nombre α réel $(\mathbb{R})$ comme l'abscisse du point M.

Remarque : on parlera parfois de la projection du point M sur l'axe des abscisses.

c. Tangente

Définition : Comme au collège la tangente sera définie comme la division de sinus par cosinus. Soit α un angle qui n'est pas un angle droit, alors la fonction tangente est :

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}.$$



Remarque : on représente la droite des tangentes par une tangente au cercle en A.

d. Valeur remarquables et propriétés

α **(radians)**	**0**	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0

Propriété : Pour tout nombre réel α

$$-1 \leq \cos\alpha \leq 1 \quad \text{et} \quad -1 \leq \sin\alpha \leq 1.$$

⚐ Activité : Dans le cercle trigonométrique

1. Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{OM}$ en fonction de $\sin\alpha$ et de $\cos\alpha$.
2. Quelle est la longueur du segment OM.
3. Calculer la norme du vecteur $\overrightarrow{OM}$.
4. En déduire une propriété des fonctions sinus et cosinus ?

Propriété : Pour tout nombre réel α

$$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1.$$

Au même titre que 360° représente un tour complet, 2π représente également un tour complet. Alors pour tout entier naturel $k(\in \mathbb{N})$ on admet que :

$$\alpha + 2k\pi = \alpha.$$

On dira parfois qu'ils sont égaux modulo 2π.

Propriété : Au regard de cette remarque, on dit que les fonctions sinus et cosinus sont de période 2π (ou 2π-périodique), c'est-à-dire pour tout nombre réel α

$$\cos(\alpha + 2k\pi) = \cos\alpha \quad \text{et} \quad \sin(\alpha + 2k\pi) = \sin\alpha.$$