

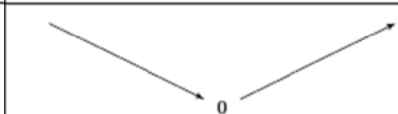
IV. Fonctions de référence

a. La fonction $x \mapsto x^2$

Définition : La fonction définie sur $\mathbb{R}$, qui à tout réel x associe son carré x^2 est appelée fonction carré.

i. Sens de variation de la fonction carré

Propriété : La fonction $f: x \mapsto x^2$ est décroissante sur $] -\infty ; 0]$ et croissante sur $[0 ; +\infty[$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$			

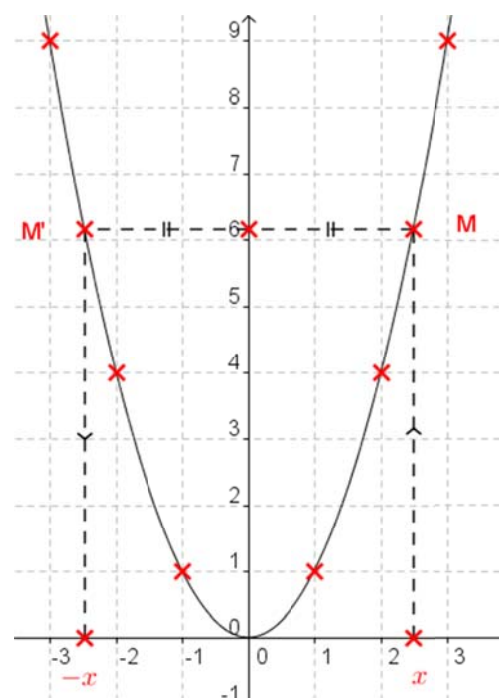
Conséquences :

- Pour tous nombres réel positifs : $a < b$ est équivalent à $a^2 < b^2$.
- Pour tous nombres réel négatif : $a < b$ est équivalent à $a^2 > b^2$.

ii. Représentation graphique de la fonction carré

Définition : Dans un repère orthogonal d'origine O , la représentation graphique de la fonction carré est appelée parabole de sommet O .

Propriété : Dans un repère orthogonal, la parabole $\mathcal{P}$ représentant la fonction carré est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.



b. Fonction polynômes de degré 2.

i. Définition et représentation graphique.

Activité d'introduction sur géogébra : exercice 52p80.

Définition : On appelle fonction polynômes du second degré, ou trinôme, toute fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont trois nombres connus, et $a \neq 0$. Il s'agit de la forme développée de $f(x)$.

Exemples :

$$f(x) = -6x^2 + 2x \quad (a = -6, b = 2 \text{ et } c = 0)$$

$g(x) = 2(x + 1)(x - 2)$ est un trinôme du second degré, car si l'on développe cette expression on obtient : $g(x) = 2(x + 1)(x - 2) = 2[x^2 - 2x + x - 2] = 2x^2 - 2x - 4$ ($a = 2, b = 2$ et $c = -2$)

Propriété : Dans un repère orthogonal d'origine O , la représentation graphique d'une fonction polynôme du second degré est une parabole de sommet S .

ii. Variations des fonctions polynômes de degré 2

Comme nous avons put le constater lors de l'activité d'introduction :

Théorème : Les fonctions polynômes du second degré varie selon le signe de a , on a 2 cas :

- Si $a > 0$: la fonction est décroissante puis ensuite croissante , le tableau de variation est :

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$	$+\infty$

- Si $a < 0$: la fonction est croissante, puis décroissante le tableau de variation devient :

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$	$-\infty$

iii. Sommet et extrémum

Une conséquence immédiate du théorème précédent :

Le sommet S de la parabole a pour coordonnées : $S\left(-\frac{b}{2a} ; f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$.

- Si $a > 0$, la fonction polynôme admet un minimum : $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$.

- Si $a < 0$, la fonction polynôme admet un maximum : $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$.