Baccalauréat STI2D SIN Examen Blanc 2
23 avril 2013

Le sujet comporte 3 exercices et 1 problème. La calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1 **4 points**

On considère l'algorithme suivant :

Variables :	n est un entiers naturels.
	u est un réel.
Initialisation :	Affecter à u la valeur 1 000.
Traitement :	Tant que $n < 5$
	| u prend la valeur $u + 50$
	| n prend la valeur $n + 1$
Sortie :	Afficher u.

1. Faire fonctionner cet algorithme ≪ à la main ≫. Quels résultats obtient-on ?
2. Marvin place un capitale de 1 000 € sur un livret à 3 % d'intérêts annuels pendant 4 ans.
   Modifier l'algorithme précédent pour qu'il affiche les sommes obtenues, capitale et intérêts compris, à la fin de chacune des 4 années.
3. Marvin se demande au bout de combien d'années la somme obtenue dépasserait les 2 000 €. Écrire un algorithme qui permette de le déterminer.
4. Par le calcul déterminer la réponse de la question précédente.

EXERCICE 2 **4 points**

L'état de surface d'une découpe effectuée par électroérosion est défini par un numéro, appelé « numéro Charmille » (N° CH), dépendant de la rugosité selon la formule N° CH$= 20 \times \log(10 \times R)$,
où R est la rugosité exprimée en micromètres. L'objectif est de déterminer la rugosité R_0 exprimé en micromètre (μm) correspondant à un numéro de Charmille égal à 15.
On désigne par f la fonction qui à tout réel de l'intervalle $[0,1\ ;\ 1]$ associe le réel : $f(R) = 20 \times \log(10 \times R)$.

1. **a.** Calculer la dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[0,1\ ;\ 1]$.
   b. Donner le signe de la dérivée sur l'intervalle $[0,1\ ;\ 1]$.
   c. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0,1\ ;\ 1]$.
2. On a représenté dans le tableau suivant les valeurs de la fonction f avec un pas de 0,1.

x	20*log(10*x)
0,1	0
0,2	6,020599913
0,3	9,542425094
0,4	12,04119983
0,5	13,97940009
0,6	15,56302501
0,7	16,9019608
0,8	18,06179974
0,9	19,08485019
1	20

Donner un encadrement d'amplitude 0,1 de R_0.

3. Par la calcul, déterminer une valeur exacte de R_0.

Formulaire : On rappelle que pour tout nombre réel x strictement positif $\log(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(10)}$.

EXERCICE 3 **4 points**

On note f la fonction définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x-2)\mathrm{e}^{-x}$.
On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé (O, I, J).

1. Montrer que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = (1-x)\mathrm{e}^{-x}$, est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
2. Soit a un nombre réel strictement supérieur à 2.
   On note $A(a)$ l'aire exprimée en unité d'aire du domaine plan délimité par la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 2$ et $x = a$.
   a. Montrer que $A(a) = \mathrm{e}^{-a} - a\mathrm{e}^{-a} + \mathrm{e}^{-2}$.
   b. Déterminer la limite éventuelle de $A(a)$ lorsque a tend vers $+\infty$.

PROBLÈME **8 points**

Dans ce problème, les quatre parties sont indépendantes. La **PARTIE D** est facultative et sera évalué comme un exercice bonus.
Dans ce problème, on s'intéresse à une entreprise fabricant un certain type de condensateurs de capacité $C = 220\ \mu$F.

PARTIE A(*soumis à un courant continue.*)

Dans cette partie, on s'intéresse à la charge du condensateur monté en série d'une résistance R et d'un générateur de courant continue.
On admet que la tension aux bornes du condensateurs vérifie l'équation différentielle (E) suivante :

$$y' + 45y = 500.$$

1. Déterminer l'ensemble des solutions de cette équation différentielle.
2. Lorsque le circuit est mise en route, la tension au borne du condensateur est nulle. La fonction y solution vérifie alors $y(0) = 9$.
   Déterminer alors l'unique solution de (E).

PARTIE B(*soumis à un courant alternatif.*)

Dans cette partie, on s'intéresse à ce condensateur branché à un générateur de courant alternatif produisant une tension u vérifiant $u(t) = 20\sqrt{2}\sin(200\pi t)$. On rappelle la relation $i(t) = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$.

1. Déterminer l'intensité $i(t)$ au bornes du condensateur.
2. Montrer que la fonction i peut s'écrire sous la forme :
   $$i(t) = 4\,000\sqrt{2}\sin\left(200\pi t + \frac{\pi}{2}\right).$$
3. on appelle $\jmath$ le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.
   On rappelle la notation complexe pour des courants et des intensités suivant des fonctions de la forme :
   $$u(t) = U\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi) \text{ et } i(t) = I\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi')$$
   $$\text{sont } \underline{U} = U\sqrt{2}\mathrm{e}^{\jmath\varphi} \text{ et } \underline{I} = I\sqrt{2}\mathrm{e}^{\jmath\varphi'}.$$
   On rappelle enfin que l'impédance noté $\underline{Z}$ est donnée par la formule :
   $$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}.$$

a. Calculer sous forme exponentielle l'impédance du condensateur.

b. En déduire que la forme algébrique de l'impédance est : $\underline{Z} = \dfrac{1}{4\,400\pi J}$.

c. Déterminer le module de ce nombre complexe.

PARTIE C(*Durée de vie.*)

Dans cette partie, on étudie la durée de vie de ces condensateurs.
On suppose que la durée de vie T d'un condensateur en heure de fonctionnement suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}0004$

1. Déterminer la probabilité que la durée d'un condensateur prélevé au hasard dans la production soit :
   a. inférieur à 3 000 h.
   b. supérieur à 2 500 h.
2. Déterminer l'espérance $E(T)$ et donner une interprétation du résultat dans le contexte de l'énoncé.
3. *Dans cette question toutes trace de recherche même incomplète ou d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Une entreprise décide dans son plan de maintenance de remplacer le condensateurs avant qu'il y ait 66 % de chance qu'il tombe en panne.
   Au bout de combien de temps devra-t-elle changer se composant ?

PARTIE D(*Capacité réel.*) Facultatif

On appelle X la variable aléatoire qui associe, à un condensateur choisi au hasard dans la production, sa capacité réelle en μF. On admet de X suit une loi normale d'espérance 220 et d'écart-type 12.

1. On prélève au hasard un condensateur dans la production. Déterminer à 10^{-3} près la probabilités que la capacité réelle soit :
   a. inférieur ou égale à 210 μF.
   b. supérieur ou égale à 215 μF.
2. Donner un intervalle de la capacité réelle dans laquelle se situe environs :
   a. 68 % des condensateurs.
   b. 95 % des condensateurs.