Baccalauréat STI2D Examen Blanc
11 décembre 2012

Le sujet comporte 6 exercices. La calculatrice est autorisée.
Le barème est indicatif et pourra être modifié.

EXERCICE 1 **3 points**

Pour tout entier naturel n, on pose

$$u_n = 3n^2 + 2n$$

.
Le nuage de points représentant cette suite est donné en annexe en page 5.

1. Quelle conjecture peut-on faire sur la limite de la suite u_n ?
2. **a.** À l'aide d'un algorithme (que l'on implémentera sur la calculatrice), déterminer un entier N tel que $u_N \geqslant 10^3$.

   b. Faire apparaitre sur le graphique les points pour lesquels $u_n \geqslant 10^3$.
3. Soit la fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = 3x^2 + 2x.$$

   a. Calculer $f'(x)$ et en déduire le sens de variation de la fonction f sur $[0\,;\,+\infty[$.

   b. Après avoir remarquer, que pour tout entier naturel n, $u_n = f(n)$, utiliser le résultat de la question précédente pour prouver que, pour tout entier $n \geqslant N$ (où N est le nombre trouvé à la question **2.**), $u_n \geqslant 10^3$.

Exercice 2 **3 points**

Pour tout entier naturel n on définie la suite v_n par :

$$v_n = \frac{2}{n^2+3}$$

1. Compléter le tableau de valeur donnée en annexe.
2. **a.** Justifier que pour tout entier naturel n, $v_n \geqslant 0$.

   b. Résoudre algébriquement l'inéquation $|v_n| \leqslant 10^{-4}$ où l'entier naturel n est inconnu. Préciser alors le plus petit entier naturel N tel que $|v_n| \leqslant 10^{-4}$. Vérifier ce calcul à l'aide de la calculatrice.

Exercice 3 **2 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions, **une seule des trois réponses proposées est exacte**. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Une réponse exacte rapporte 1/2 point. Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par : $f(x) = 2x - x\ln x$.
Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par : $g(x) = 2 - \ln(3x)$.

1. $f(3\mathrm{e})$ est égal à :

a. $6\mathrm{e} - 3\mathrm{e}\ln 3$

b. $3\mathrm{e}(1 - \ln 3)$

c. $3\mathrm{e}^2 \ln(3\mathrm{e})$

2. L'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = 0$ est :

a. $S = \left\{0; \mathrm{e}^2\right\}$

b. $S = \left\{\mathrm{e}^2\right\}$

c. $S = \{\ln 2\}$
On pourra remarquer que $\ln(e^2) = 2$.

3. La limite de la fonction g en $+\infty$ est égale à :

a. $+\infty$

b. 2

c. $-\infty$

4. Une primitive de la fonction g sur $]0;+\infty[$ est la fonction F définie sur $]0;+\infty[$ par :

a. $F(x) = 2 - \dfrac{1}{3x}$

b. $F(x) = 3x - x\ln(3x)$

c. $F(x) = 2x - \dfrac{1}{x}$

EXERCICE 4 **4 points**

Partie A

On considère la fonction f définie sur $[0,5\ ;\ 25]$ par :

$$f(x) = 8,68 \times \ln x + 93,28.$$

On appelle $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le repère définie à la question **3.**

1. **a.** Calculer la fonction f' dérivée de la fonction f.
   b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0,5\ ;\ 25]$.
   c. En déduire le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0,5\ ;\ 25]$.
2. Compléter le tableau de valeurs donné en annexe, en faisant figurer les valeurs arrondies à l'entier le plus proche.
3. Dans le plan muni d'un repère orthogonal, tracer la courbe $\mathcal{C}$. Pour le tracé, on prendra 1cm pour deux unités, en abscisses et en ordonnées et on graduera l'axe des ordonnées à partir de 86.

Partie B

Quand l'oreille d'une personne normale est soumise à une pression acoustique x, exprimées en bars, l'intensité sonore, exprimée en décibels, du bruit responsable de cette pression est donnée par la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0,5\ ;\ 25]$ par :

$$f(x) = 8,68 \times \ln x + 93,28.$$

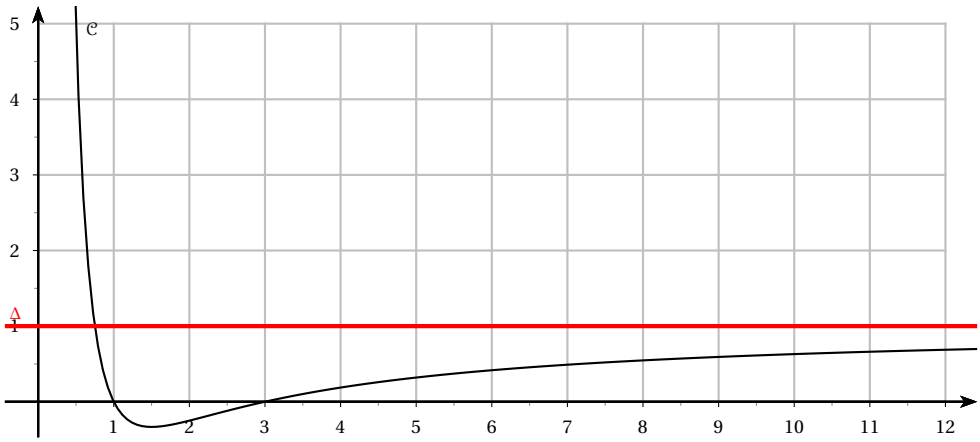
1. Coraline utilise un logiciel de calcul formel. À plusieurs reprises, elle entre une commande, et le logiciel renvoie une réponse. Elle obtient l'écran suivant :

(Commande)	`f(x) := 8,68 * ln(x) + 93,28`
(Réponse 1)	$(x) - >8,68 * \ln(x) + 93,28$
(Commande)	`dériver(f(x),x)`
(Réponse 2)	$\frac{8,68}{x}$
(Commande)	`f(14)`
(Réponse 3)	$116,19$
(Commande)	`résoudre(f(x)>120,x)`
(Réponse 4)	$\{x > \mathrm{e}^{3,08}\}$

   a. Traduire sur le graphique tracer en **partie A** (en faisant apparaître les constructions utiles), illustrant la courbe représentative de la fonction f, les réponses 3, 4 renvoyées par le logiciel de calcul formel.
   b. Interpréter la réponse 4 renvoyée par le logiciel de calcul formel en termes d'intensité sonore.
2. Une personne normale ne peut supporter un bruit supérieur à 120 décibels. Déterminer la pression, en bars, que l'oreille de la personne subit si elle est soumise à une intensité sonore de 120 décibels. En utilisant les réponses précédentes.

Exercice 5 **4 points**

La fonction g définie sir $]0\,;\,+\infty[$, dont la représentation graphique $\mathcal{C}$ obtenue sur l'écran d'une calculatrice est donnée sur la figure si dessous.



On précise que la courbe $\mathcal{C}$ ne coupe l'axe des abscisses qu'en deux points et qu'elle admet l'axe des ordonnées et la droites Δ, qui est parallèle à l'axe des abscisses, comme asymptotes.

1. Déterminer $\lim\limits_{x \to 0} g(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

2. Donner dans un tableau le signe de $g(x)$ quand x varie dans l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.

3. An admet que pour tout x de $]0\,;\,+\infty[$,

$$g(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x^2},$$

où a, b ; c sont trois constantes réels.

a. Calculer

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{ax^2 + bx + c}{x^2}.$$

En déduire la valeur de a.

b. Lire $g(1)$ et $g(3)$ sur la figure.
Dans la suite de l'exercice on admet que la fonction g est de la forme

$$g(x) = \frac{x^2 + bx + c}{x^2}.$$

c. Calculer $g(1)$ et $g(3)$ et en déduire un système de deux équations à deux inconnues permettant d'obtenir les valeurs de b et c.

d. Résoudre le système obtenu à la question **c.** et en déduire une expression de $g(x)$.

Exercice 6 **4 points**

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

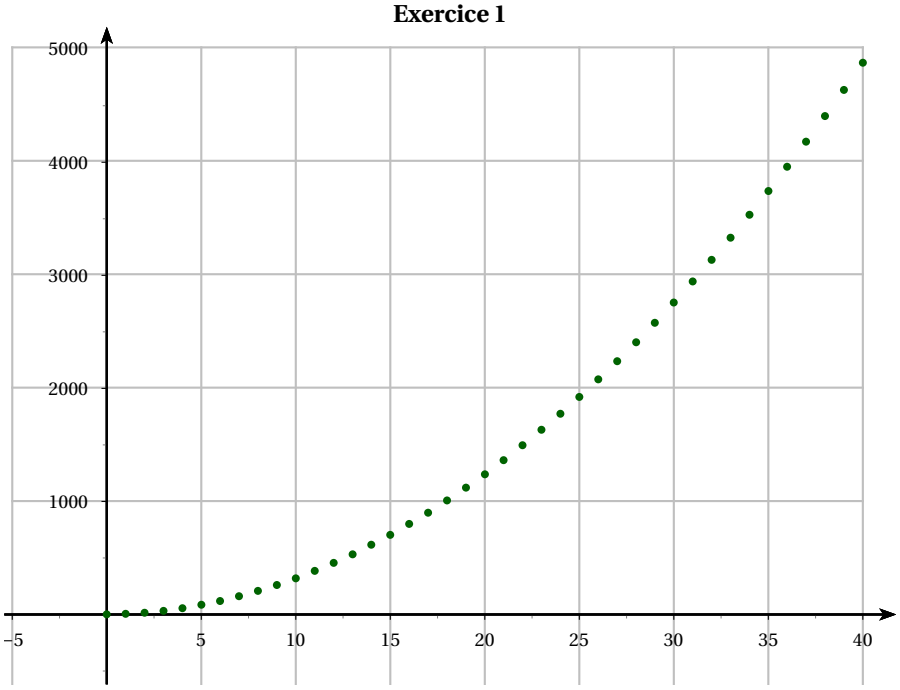
$$f(x) = 1 + \sin(2x).$$

1. Déterminer une primitive F de la fonction f.
2. Calculer
$$V_m = \frac{1}{\pi}(F(\pi) - F(0))$$
V_m est appeler la valeur moyenne de la fonction f sur $[0\ ;\ \pi]$
3. **a.** Vérifier que, pour tout x de $\mathbb{R}$,
$$\sin^2(2x) = \frac{1 - \cos(4x)}{2}.$$
b. Calculer
$$\left(f(x)\right)^2$$
c. À l'aide de la question **a.**, déterminer une primitive G de $\left(f(x)\right)^2$.
d. Calculer
$$A = \frac{1}{\pi}(G(\pi) - G(0)).$$
A est la valeur efficace de la fonction f sur $[0\ ;\ \pi]$.
Vérifier que $a = \sqrt{A} = \sqrt{\frac{3}{2}}$.

Annexe à rendre avec la copie

Nom Prénom : .....

Exercice 1



Exercice 2

n	0	10	50	100	150
u_n					
n	200	250	300	350	450
u_n					

Exercice 4

x	0,5	1	2	5	10	16	25
$f(x)$	88			108			122